

Die zwei Stimmen der Fünf

Die Königinnenmatrix zwischen Gold und Silber

Wie die Matrix 8-5-5-3 Königin, König, Raum und Klang verbindet



Christopher Bohn · BOHN AI Inc. · August 2026

Abstract

Diese Arbeit beginnt mit einer Frage, die man an keine Pyramide, sondern an die Unendlichkeit stellt: Gibt es unter allen rechtwinkligen Dreiecken aus ganzen Zahlen und allen gleichmäßig gestuften Zahlenkisten ein einziges Paar, bei dem die Fläche des Dreiecks den Rauminhalt der Kiste trifft und die Kistendiagonale zugleich an die längste Dreiecksseite gebunden ist? Die Antwort ist beweisbar: **genau eines**. Das Dreieck 48:55:73 und die Kiste $10 \times 11 \times 12$. Es sind die idealen Maße der Königinnenkammer von Gizeh, und niemand hat sie ausgewählt. Ein vierzeiliger Beweis siebt sie aus unendlich vielen Möglichkeiten heraus.

Hinter diesem Gewinner steht ein Code aus vier Ziffern, **8, 5, 5, 3**, der fünfte Schritt der Fibonacci-Folge in Matrixform. Dieser Code besitzt einen Schalter: Über Kreuz mit Minus gerechnet antwortet er mit der Signatur des **Goldenen Schnitts**, mit Plus gerechnet antwortet er mit **49**, dem Quadrat der Sieben. Und diese Sieben erzeugt, durch Euklids über zweitausend Jahre altes Rezept geschickt, das Dreieck **12:35:37**, die Maße der Königskammer. Ein umgelegtes Vorzeichen verbindet also die beiden berühmtesten Räume der Pyramide, und ihre langen Seiten 73 und 37 verfehlen die perfekte Oktave um exakt eins: $73 = 2 \cdot 37 - 1$, seit dieser Arbeit eine bewiesene Gleichung.

Damit aus Staunen Wissenschaft wird, behandelt diese Arbeit ihre eigene Modellwahl als Prüfgegenstand. Die gewählte Auswahlregel trat in einem ausgeführten Wettbewerb gegen 40 gleich einfache Nachbarmodelle an, und nur eine einzige Zelle dieses Rasters besitzt überhaupt eine Lösung. Eine unabhängige Kontrolle bestätigt die Auswahl bis in große Suchfenster, jede Zahl erhält eine Herkunftsadresse, und abgeleitete Formen zählen nur einmal. Die Bausteine sind bewusst klassisch; neu ist nach datierter Literaturprüfung ihre gerichtete Verkettung zu einem Auswahl- und Übersetzungssystem.

Erst danach betreten Stein und Klang die Bühne, ausdrücklich als bedingte Anwendung. Petries Vermessung von 1883 trifft das ideale Ellenraster bei der Königskammer auf weniger als einen Millimeter. Gibt man dem Modell eine Elle und eine Schallgeschwindigkeit, entsteht eine Partitur: ein Grundton von gut 16 Hertz, den man eher im Brustkorb spürt als hört, eine exakt geteilte Oktavstimme beider Kammern, ein reiner Akkord im Verhältnis 55:60:66 und ein Korridor um 73 Hertz, in dem sich zwei Modellstimmen fast im Unisono begegnen. Drei zu dieser Arbeit bereitgestellten Klangdateien können auf Wunsch angefordert werden. Sie machen diese Partitur hörbar, sauber getrennt in Referenz, Hörfassung und erklärte Komposition.

Die Arbeit endet deshalb nicht mit einer Behauptung, sondern mit einem Prüfblatt: einem vorregistrierbaren Mess- und Rechenprogramm samt Begleitpaket aus Code, Registern, Prüfsummen und Audiodateien. Sie nennt die Bedingungen, unter denen ihre Deutungen fallen, und veröffentlicht auch ein Nein. Bewiesen ist die Mathematik. Ob der Stein ihr antwortet, ist die offene Frage, die sie hinterlässt.

Inhalt

Abschnitt	Seite
Leserkompass: die ganze Entdeckung	2
Teil I · Vom Ton zum Satz	5
Teil II · Der Selektorsatz	8
Teil III · Die Matrix und die Pell-Euklid-Abbildung	11
Teil IV · Gizeh als getrennte Anwendungsschicht	16
Teil V · Die Partitur des Raumes	19
Teil VI · Neuheit, Evidenz und Reproduzierbarkeit	26
Schlussfolgerung	29
Literatur und Quellen	30

Die Seitenzählung beginnt nach der Titelseite.

Leserkompass: die ganze Entdeckung

In der Großen Pyramide von Gizeh liegen zwei Räume, über die seit zwei Jahrhunderten gestritten wird. Dieses Papier streitet nicht mit. Es stellt eine Frage, die so noch niemand gestellt hat, und zwar nicht an die Räume, sondern an die Unendlichkeit:

Gibt es unter allen rechtwinkligen Zahlendreiecken und allen gleichmäßig gestuften Zahlenkisten ein Paar, das zwei kinderleichte Prüfungen gleichzeitig besteht? Die erste Prüfung vergleicht die Fläche des Dreiecks mit dem Rauminhalt der Kiste. Die zweite vergleicht die Kistendiagonale mit der längsten Dreiecksseite. Keine der beiden Prüfungen kennt Meter, Ellen, oder Hertz.

Die Antwort ist der Kern dieser Arbeit, und sie hat uns selbst überrascht:

Genau ein Paar besteht. Das Dreieck 48-55-73 und die Kiste 10-11-12. Es sind die Maße der Königinnenkammer, und niemand hat sie ausgesucht. Das Sieb hat sie gefunden, und der Beweis dafür ist **vier Zeilen lang**.

Hinter dem Gewinner steht ein Code aus vier Ziffern: 8, 5, 5, 3, der fünfte Schritt der Fibonacci-Folge, in ein Quadrat geschrieben. Und dieses Quadrat hat einen Schalter. Rechnet man seine Produkte über Kreuz mit Minus, antwortet minus eins, das alte Wasserzeichen des Goldenen Schnitts. Rechnet man dieselben vier Zahlen mit Plus, antwortet 49, und die Wurzel daraus ist 7. Diese 7 führt, zusammen mit der 5 aus demselben Quadrat, durch Euklids über zweitausend Jahre altes Dreiecksrezept geradewegs zum Dreieck 12-35-37: den Zahlen der Königskammer. Ein Vorzeichen, umgelegt wie ein Lichtschalter, und der zweite Raum steht im Licht.

Man darf hier einen Moment staunen, und wir tun es mit offenem Visier: Zwei Räume, deren Maße viereinhalb Jahrtausende alt sind, sitzen im selben Vier-Zahlen-Code, einer im Minus, einer im Plus, und ihre längsten Seiten, 73 und 37, verfehlen die perfekte Oktave um genau eins,

denn $73 = 2 \cdot 37 - 1$ ist seit dieser Arbeit eine bewiesene Gleichung.
Ob Menschen das je wussten, ist nicht bekannt. Dass es so ist, kann jetzt jeder nachrechnen.

Erst danach kommt der Klang, in drei sauber getrennten Ebenen. Gibt man dem Modell eine Elle und eine Schallgeschwindigkeit, beginnt die Königskammer bei gut 16 Hertz, ein Ton, den man weniger hört als im Brustkorb spürt, und die Königin setzt exakt in seiner Oktave ein. Ihre drei Achsen bilden einen reinen Akkord im Verhältnis 55:60:66, und um 73 Hertz berühren sich zwei Stimmen beider Kammern im Modell fast im Unisono. Eine Hörfassung hebt das Tiefe ins Hörbare, eine dritte Datei macht sogar den Vorzeichen-Schalter selbst zum Klang.

Diese Arbeit endet nicht mit einer Behauptung, sondern mit einem Prüfblatt. Die Mathematik ist bewiesen und eingefroren. Ob der reale Stein die vorhergesagten Fingerabdrücke trägt, entscheidet eine Messung, deren Regeln vorab feststehen und deren Ergebnis auch dann veröffentlicht wird, wenn es Nein lautet.

Der Kern zum Selbst-Nachrechnen

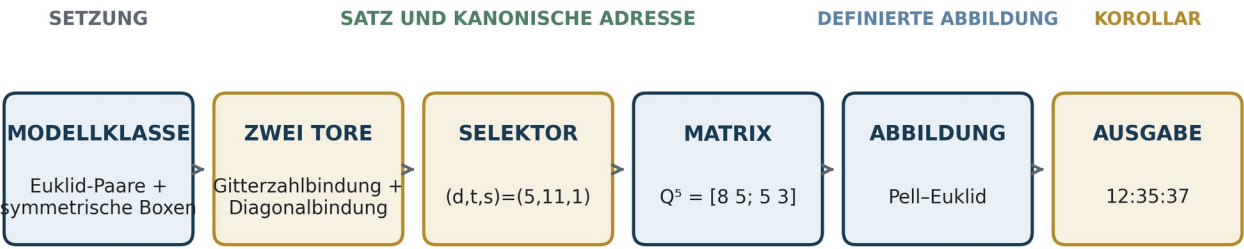
Die gesamte mathematische Hauptkette lässt sich mit sechs kurzen Rechnungen kontrollieren. Sie ersetzt nicht den formalen Beweis, zeigt aber, an welcher Stelle jede zentrale Zahl entsteht:

Schritt	Rechnung	Was daraus folgt
1 · Euklid	$2 \cdot 8 \cdot 3 = 48; 8^2 - 3^2 = 55; 8^2 + 3^2 = 73$	das Königinnen-Tripel 48:55:73
2 · Hülle	$10 \cdot 11 \cdot 12 = 1.320 = 48 \cdot 55 / 2$	gleicher Gitterkoeffizient für Boxvolumen und Dreiecksfläche
3 · Diagonale	$10^2 + 11^2 + 12^2 = 365 = 5 \cdot 73$	zweites Tor am selektierten Punkt
4 · Minus	$8 \cdot 3 - 5 \cdot 5 = -1$	ungerade Fibonacci-Normsignatur
5 · Plus	$8 \cdot 3 + 5 \cdot 5 = 49 = 7^2$	negativer Pell-Punkt (5, 7)
6 · Euklid erneut	$(49 - 25) / 2 = 12; 5 \cdot 7 = 35; (49 + 25) / 2 = 37$	das abgeleitete Tripel 12:35:37

Die ersten drei Zeilen gehören zur geometrischen Auswahl, die letzten drei zur kanonischen Matrixdarstellung und zur definierten Pell-Euklid-Abbildung. Es sind keine sechs unabhängigen Beweise, sondern eine gerichtete Kette, deren Glieder voneinander abhängen.

Die Pointe liegt daher nicht in der bloßen Wiederkehr von 5, 7, 11, 37 oder 73. Sie liegt in der abnehmenden Freiheit: Jede Stufe muss aus der vorangehenden folgen, jede Zahl erhält eine Herkunftsadresse, und kein Korollar wird als neuer, unabhängiger Zeuge gezählt.

Zwei Tore wählen innerhalb der erklärten Familie die Königinnenstruktur. Die kanonische Matrix führt über eine definierte Pell-Euklid-Abbildung zur silbernen Antwort. Die Partitur macht die Struktur hörbar; eine Messung muss erst zeigen, ob der reale Stein entsprechend antwortet.



Die mathematische Kette ist skalenfrei. Gizah, Meter und Hertz treten erst in der Anwendungsschicht hinzu.

Abbildung 1 · Die gerichtete Kette und ihre Evidenzstufen. Setzung, Satz, definierte Abbildung und Korollar werden getrennt geführt.

TEIL I

Vom Ton zum Satz

1 · Ausgangspunkt und Forschungsfrage

Unsere Forschungsreihe zur „Göttlichen Universalfrequenz“ begann mit der Übersetzung von Maßen in Klang. Teil III prüfte diese Suche mit Monte-Carlo-Nullmodellen und fand keine statistische Stützung für die damaligen akustischen Hauptclaims. Als stabiler, einheitenunabhängiger Rest blieb das pythagoreische Tripel 48:55:73 [13]. Spätere Arbeiten verbanden es mit der idealisierten Königinnenhülle 10×11×12 und mit den Euklid-Eltern 8 und 3 [14-16].

Die neue Forschungsfrage ist enger: Gibt es eine kurze, offen gelegte Regel, die innerhalb einer ganzen Familie genau diese Struktur auswählt? Eine positive Antwort wäre kein Beweis historischer Bauabsicht. Sie würde aber die Zahlensammlung durch einen Generator ersetzen und die Zahl der freien Entscheidungen reduzieren.

Welche deklarierte Modellklasse und welche zwei einfachen Bindungen führen ohne Einsatz einer Hertz-Skala zur eindeutigen nichtdegenerierten Ausgabe (5,11,1), und welche mathematischen Folgen entstehen erst danach?

Vom Treffer zum Generator

Ein bloßer Treffer beginnt beim Ergebnis: Man sieht 1.320, 365 oder 73 und sucht anschließend eine passende Geschichte. Ein Generator beginnt bei Regeln, er legt Familie und Prüfbedingungen fest und akzeptiert jede Ausgabe. Historisch entstand der Selektor aus einem bekannten Motivationskorpus; logisch beginnt der Satz erst nach dem Einfrieren von Familie, Positivitätsregeln, Nichtdegeneration und Toren, und ab diesem Punkt ist die Lösung eine Folge der Gleichungen und keine redaktionelle Auswahl mehr.

Ebene	Frage	Status in dieser Arbeit
Motivation	Welche Form blieb nach dem Nullmodell übrig?	48:55:73 und die Hülle 10×11×12 waren bereits bekannt
Modellsetzung	Welche Familien und Bindungen werden geprüft?	symmetrische Box $B_s(t)$, Euklid-Koordinaten d, t und zwei normierte Tore
Satz	Welche Lösung folgt genau daraus?	$(d,t,s) = (5,11,1)$ im deklarierten Suchraum
Anwendung	Wie passt die Ausgabe zu Gizeh und Klang?	konditionaler metrologischer und akustischer Vergleich

Diese vier Ebenen verhindern zwei typische Übertreibungen: Aus einer mathematischen Eindeutigkeit wird keine historische Wahrscheinlichkeit, und aus einer architektonischen Nähe wird kein Beweis für die vorgelagerte Modellwahl.

2 · Modell-Freeze und Entdeckungsprotokoll

Eindeutigkeit beginnt erst nach dem Einfrieren der Regeln. Das Tripel 48:55:73, die Hülle $10 \times 11 \times 12$ sowie die Zahlen 1.320 und 365 waren vor der endgültigen Formulierung des Selektors bekannt. Sie gehören deshalb zum Motivationskorporus und sind keine Hold-out-Evidenz. Der Beweis behauptet: Nach Festlegung der Modellklasse und der Tore ist die verbleibende Lösung nicht mehr frei wählbar.

Phase	Vorwissen oder Setzung	Evidenzrolle
Nullmodell-Wende	48:55:73 bleibt als exakte Form	Motivation, kein Hold-out
Kammerhülle	$10 \times 11 \times 12$, 1.320 und 365	Motivation der Bindungen
Robustheitsgrammatik	$B_s(t) = (t-s, t, t+s)$; s frei	deklarierte Modellklasse
Freeze	Ganzzahligkeit, Positivität, Nichtdegeneration, zwei normierte Tore	Beginn des Satzstatus
Folgen	Q^5 , quadratische Permanente, Pell-Euklid-Ausgabe, Modenregister	abhängige beziehungsweise prospektiv prüfbare Folgen

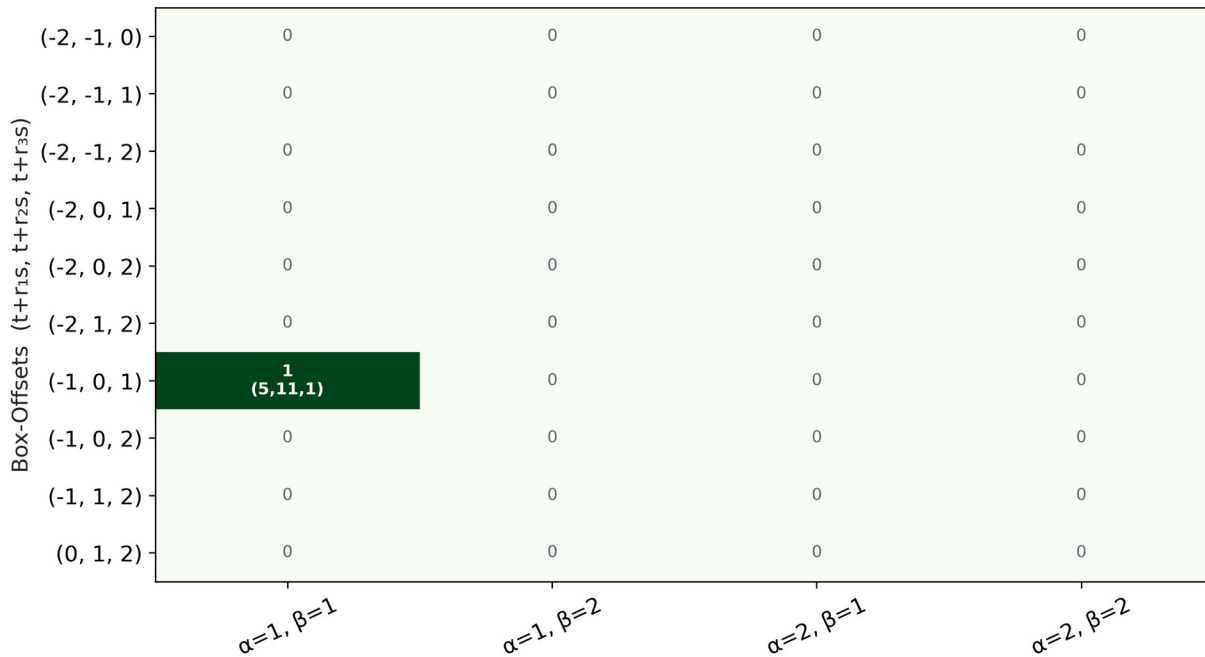
3 · Der tatsächlich ausgeführte Konkurrenztest

Für die Publikationsfassung wurde ein lokaler Grammatikwettbewerb ausgeführt. Betrachtet wurden Boxen der Form $(t+r_1s, t+r_2s, t+r_3s)$, wobei $r_1 < r_2 < r_3$ aus $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ stammen. Zu jeder der zehn Offset-Strukturen wurden vier gleich einfach codierte Torvarianten $A = \alpha V$ und $D^2 = \beta dh$ mit $\alpha, \beta \in \{1, 2\}$ geprüft. Das Suchfenster umfasste $m \leq 120$ und $s \leq 60$; sämtliche Positivitäts- und Paritätsregeln wurden identisch angewandt.

Unter diesen 40 lokalen Nachbarmodellen besitzt nur die symmetrische Struktur $(-1, 0, 1)$ mit $\alpha = \beta = 1$ eine Lösung. Sie ist $(m, k, d, t, s) = (8, 3, 5, 11, 1)$ und erzeugt $10 \times 11 \times 12$.

Das Ergebnis kann im zu anfordernden Begleitpaket durch M-02_model_audit.py, die vollständige Ergebnistabelle und SHA-256-Prüfsummen reproduzierbar.

Lokaler Grammatikwettbewerb: 40 gleich parametrische Nachbarmodelle



Torfaktoren: $A = \alpha V$, $D^2 = \beta dh$
 Suchfenster: $m \leq 120$, $s \leq 60$. Einziger Treffer: symmetrische Offsets $(-1, 0, 1)$ mit $\alpha = \beta = 1$.
 Der Test ist lokal und nachträglich dokumentiert; er beweist keine globale Natürlichkeit der Grammatik.

Abbildung 2 · Lokaler Grammatikwettbewerb. Nur die symmetrische Offset-Struktur $(-1, 0, 1)$ mit unveränderten Toren besitzt im deklarierten Fenster eine Lösung.

Eine zweite, korrelierte Kontrolle verwendet den älteren Euklid-Lift $L(d, t) = (2d, t, t+1)$. Tor 1 führt exakt auf $(t-d-4)(t+d-4) = 24$. Die positiven Kandidaten sind $(d, t) = (5, 11)$ und $(1, 9)$; Tor 2 verwirft $(1, 9)$. Eine Enumeration bis $m = 1000$ bestätigt dieselbe einzige Lösung. Diese Kontrolle ist nicht unabhängig, weil sie aus demselben Motivationskorporus entstand. Sie zeigt jedoch, dass die Lösung nicht an einer einzigen Schreibweise der Box hängt.

Wie der Wettbewerb zu lesen ist

Der Grammatikwettbewerb ist kein Signifikanztest mit p-Wert, sondern eine Modellkritik unter strikter Gleichbehandlung: Jede der 40 Nachbargrammatiken erhält dieselben Parametergrenzen, dieselben Positivitäts- und Paritätsbedingungen und dieselbe Definition von Nichtdegeneration. Die bevorzugte Grammatik gewinnt also nicht durch ein größeres Suchfenster oder eine Sonderausnahme, sondern durch kurze Beschreibung und eindeutige Ausgabe innerhalb dieses fairen Rahmens; wie viele Modellsprachen außerhalb des Rasters denkbar wären, bleibt offen.

TEIL II

Der Selektorsatz

4 · Zwei Familien in gemeinsamen Koordinaten

Für positive ganze Zahlen $m > k$ setzen wir $d = m - k$ und $t = m + k$. Dann haben d und t gleiche Parität, und umgekehrt gilt $m = (t + d)/2$ sowie $k = (t - d)/2$. Euklids Parametrisierung liefert ein rechtwinkliges Ganzzahldreieck mit Katheten a, b und Hypotenuse h :

$$a = 2mk = dt, \quad b = m^2 - k^2 = (t^2 - d^2)/2, \quad h = m^2 + k^2 = (t^2 + d^2)/2$$

$$A = ab/2 = d \cdot t \cdot (t^2 - d^2)/4$$

Die Boxfamilie wird mit $B_s(t)$ bezeichnet, damit sie nicht mit der Fibonacci-Q-Matrix verwechselt wird:

$$B_s(t) = (t-s, t, t+s), \quad s \geq 1, \quad t > s$$

$$V = t(t^2 - s^2), \quad D^2 = 3t^2 + 2s^2$$

Die Familie ist nicht die Gesamtheit aller Quader. Sie ist die einfachste symmetrische positive Ganzzahlfamilie um eine Mitte t mit freiem Abstand s . Diese Modellentscheidung gehört zum Satzvertrag.

5 · Die zwei dimensionslosen Tore

Sei q eine beliebige Referenzlänge. Wir vergleichen nicht Quadrat- mit Kubikeinheiten, sondern die nach Division durch q^2 beziehungsweise q^3 verbleibenden Gitterkoeffizienten $\hat{A}$ und $\hat{V}$. Ebenso werden $\hat{D}^2 = D^2_{\text{phys}}/q^2$ und $\hat{h} = h_{\text{phys}}/q$ verwendet. Die Tore lauten:

$$\text{Tor 1: } \hat{A} = \hat{V} \quad \text{Tor 2: } \hat{D}^2 = d \cdot \hat{h}$$

Im reinen Ganzzahlmodell ist dies äquivalent zu $A = V$ und $D^2 = dh$. Nach Einsetzen entstehen:

$$\text{Tor 1: } t^2(d-4) = d^3 - 4s^2$$

$$\text{Tor 2: } t^2(6-d) = d^3 - 4s^2$$

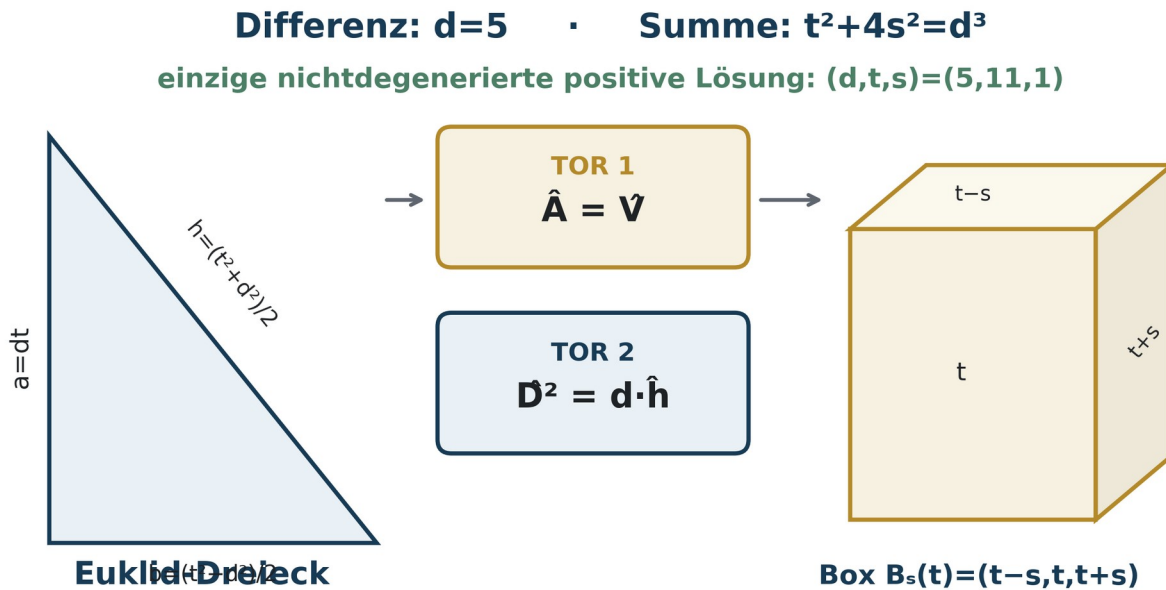


Abbildung 3 · Zwei Tore an zwei Familien. Die Formeln vergleichen normierte Gitterkoeffizienten, nicht physikalische Größen verschiedener Dimension.

6 · Hauptsatz: eindeutiger nichtdegenerierter Punkt

Hauptsatz A · Symmetrischer Boxselektor

Für positive ganze $m > k$ und $s \geq 1$ mit $t = m + k$, $d = m - k$ und $t > s$ erfüllen die beiden normierten Tore gemeinsam genau den nichtdegenerierten Punkt $(d, t, s) = (5, 11, 1)$. Er erzeugt $(m, k) = (8, 3)$, das Tripel 48:55:73 und die Box $10 \times 11 \times 12$.

Beweis. Die rechte Seite der beiden Torgleichungen ist identisch. Subtraktion ergibt $2t^2(d-5)=0$. Da $t > 0$, folgt $d=5$. Addition ergibt $t^2+4s^2=d^3$. Also gilt

$$t^2 + (2s)^2 = 5^3 = 125.$$

Für positive ganze t und s bleiben nur $(t,s)=(11,1)$ und $(5,5)$. Der zweite Fall verletzt zugleich $t > d$ und $t > s$; er besitzt $k=0$ und eine Boxkante null. Somit bleibt $(5,11,1)$. Daraus folgen $m=8$ und $k=3$.

Primitivität wird für die Eindeutigkeit nicht vorausgesetzt. Am Lösungspunkt ist $\gcd(8,3)=1$ und die Parität verschieden, sodass das erzeugte Tripel automatisch primitiv ist.

Warum der Beweis so kurz ist

Beide Tore wurden so formuliert, dass nach dem Einsetzen derselbe Rest $d^3 - 4s^2$ auf der rechten Seite erscheint; die Differenz löscht ihn und isoliert d , die Summe erzeugt die Normgleichung. Diese Kürze ist kein Ersatz für den Modellwahl-Audit. Sie zeigt nur: Sind die beiden Tore einmal akzeptiert, dann ist die Lösung nicht das Ergebnis einer langen Suche, sondern einer unmittelbaren Elimination.

7 · Strukturelle Lesart: reziproke Pell-Spiegel

Der kurze Beweis genügt. Eine ergänzende Identität erklärt, warum die goldene Familie erscheint. Mit $R_A=A/V$ und $R_D=D^2/(dh)$ gilt:

$$R_A R_D - 1 = t^2(t^2 - 5d^2 + 4s^2) / [2(t^2 - s^2)(t^2 + d^2)].$$

Daher ist $R_A R_D = 1$ genau dann, wenn $t^2 - 5d^2 = -4s^2$. Auf dieser skalierten negativen Pell-Familie vereinfachen sich die Torwerte zu $R_A = d/5$ und $R_D = 5/d$. Sie sind reziprok; zugleich eins werden sie nur bei $d=5$. Das Produkt erkennt die Familie, der Gleichstand ihren Selbstpunkt.

Die Gaußsche Darstellung $11^2 + 2^2 = 5^3$ ergänzt das Bild: Die primitive Darstellung entspricht $s=1$; die durch 5 teilbare Darstellung $5^2 + 10^2$ entspricht dem degenerierten Fall. Für Hauptsatz A ist der vollständige Gauß-Beweis nicht erforderlich; seine konzeptionelle Fassung folgt unmittelbar.

Gaußsches Primitivitätslemma

Lemma. Seien t und s positive ganze Zahlen mit $\gcd(t, 2s) = 1$ und $t^2 + (2s)^2 = 5^3$.

Dann gilt $(t, s) = (11, 1)$.

In den Gaußschen Zahlen gilt $5 = (2+i)(2-i)$. Eine primitive Zahl mit Norm 5^3 darf nicht gleichzeitig Faktoren aus beiden konjugierten Primidealen enthalten, sonst wären Real- und Imaginärteil durch 5 teilbar. Bis auf Einheit und Konjugation bleibt daher $(2+i)^3 = 2 + 11i$; Multiplikation mit der Einheit i vertauscht die Koordinaten und liefert $11 + 2i$. Somit sind $t = 11$ und $2s = 2$.

Die zweite ganzzahlige Darstellung $125 = 5^2 + 10^2$ ist im Gaußschen Sinn imprimitiv. Genau deshalb entspricht sie dem ausgeschlossenen Fall $t = s = d = 5$. Das Lemma erklärt konzeptionell, warum der Einheitsabstand $s = 1$ nicht nur zulässig, sondern die primitive Lösung des ausgewählten Kubus ist.

8 · Ausgabe des Selektors

$$d=5, t=11, s=1, m=8, k=3$$

$$48=2 \cdot 8 \cdot 3, \quad 55=8^2-3^2, \quad 73=8^2+3^2$$

$$A=48 \cdot 55 / 2 = 1.320 = 10 \cdot 11 \cdot 12 = V$$

$$D^2=10^2+11^2+12^2=365=5 \cdot 73=d \cdot h$$

TEIL III

Die Matrix und die Pell-Euklid-Abbildung

Die selektierte Adresse lässt sich als fünfte Fibonacci-Q-Potenz schreiben. Minus bewahrt die goldene Normsignatur; Plus liefert eine quadratische Permanente. Der Übergang zur silbernen Seite wird als definierte Abbildung, nicht als verborgene Botschaft, formuliert.

9 · Die kanonische Fibonacci-Adresse

Für die klassische Fibonacci-Q-Matrix $Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ gilt [3]:

$$Q^n = \begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Am selektierten Index $n=5$ entsteht:

$$G = Q^5 = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Die Diagonale 8 und 3 sind die Euklid-Eltern; die Nebendiagonale trägt $d=5$; die Spur beträgt 11. Die Matrix bündelt damit die Selektorausgabe in einer klassischen Rekurrenzdarstellung. Sie wird in dieser Arbeit „Königinnenmatrix“ genannt. Der Name ist projektintern.

$$\det(G) = 8 \cdot 3 - 5^2 = -1, \quad \text{per}(G) = 8 \cdot 3 + 5^2 = 49 = 7^2.$$

Ein solches Zahlenquadrat ist nichts Geheimnisvolles, sondern die kompakteste Schreibweise des ganzen Fundes. Die Diagonale 8 und 3 sind die Eltern des Königinnendreiecks, ihre Summe 11 ist die Mitte der Kiste, die doppelte 5 ist der gemeinsame Grundton, und mit $3^2 = 9$ beginnt der Raumlauf **9, 10, 11, 12** der Kammer.

Wer diese vier Ziffern kennt, kann alles Weitere mit Papier und Bleistift nachbauen.

10 · Definition der Pell-Euklid-Abbildung

Definition

Sei $M = \begin{bmatrix} a & d \\ d & b \end{bmatrix}$ eine positive symmetrische Ganzzahlmatrix mit $\det(M) = -1$ und $\text{per}(M) = u^2$ für ein $u > 0$. Dann definieren wir

$$\text{PE}(M) = ((u^2 - d^2)/2, du, (u^2 + d^2)/2).$$

Aus $\det(M) = ab - d^2 = -1$ folgt $ab = d^2 - 1$. Daher ist $\text{per}(M) = ab + d^2 = 2d^2 - 1$, also $u^2 - 2d^2 = -1$. Für eine ganzzahlige Lösung dieser negativen Pell-Gleichung sind d und u ungerade. Die drei Komponenten der Abbildung sind daher ganze Zahlen.

Proposition. $\text{PE}(M)$ ist ein pythagoreisches Tripel.

Setzt man $m = (u+d)/2$ und $k = (u-d)/2$, so sind m und k ganzzahlig und positiv. Euklids Formeln liefern $2mk = (u^2 - d^2)/2$, $m^2 - k^2 = ud$ und $m^2 + k^2 = (u^2 + d^2)/2$. Damit ist die Behauptung bewiesen. $\square$

Korollar für Q^5 . Für G gilt $d=5$ und $u=7$. Daher $\text{PE}(G) = (12, 35, 37)$.

$$\text{PE}(Q^5) = ((49-25)/2, 5 \cdot 7, (49+25)/2) = (12, 35, 37).$$

Praktisch bedeutet das: Für den König braucht es keine zweite Suche und keine neue Annahme. Ein Vorzeichen wird umgelegt, aus $24 - 25 = -1$ wird $24 + 25 = 49$, und dieselbe Euklid-Maschine, die die Königin baute, baut aus 5 und 7 den König. Das ist der „Lichtschalter“ zwischen den beiden Zimmern dieser Arbeit, und er ist als definierte Abbildung völlig durchsichtig.

Vom Pell-Punkt zu den Eltern (6, 1)

Die Abbildung lässt sich auch als zweistufiger Weg lesen. Zuerst liefert die quadratische Permanente $u = 7$ zusammen mit $d = 5$ den negativen Pell-Punkt $7^2 - 2 \cdot 5^2 = -1$. Danach werden daraus neue Euklid-Eltern gebildet: $m = (u+d)/2 = 6$ und $k = (u-d)/2 = 1$. Euklids klassische Formeln geben dann $2mk = 12$, $m^2 - k^2 = 35$ und $m^2 + k^2 = 37$.

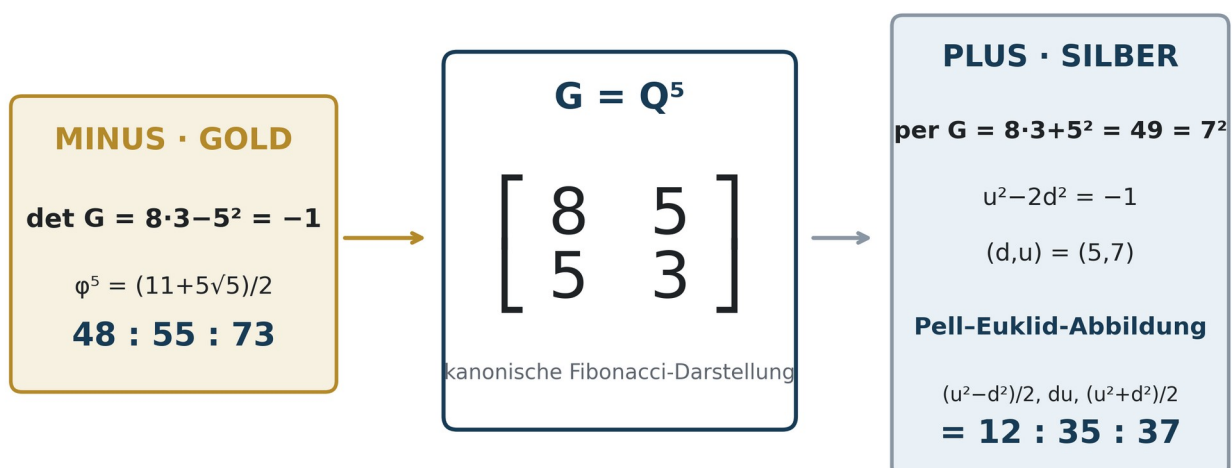
Diese Darstellung macht sichtbar, dass kein neues Dreiecksrezept erfunden wird. Neu ist die definierte Auswahl des Pell-Punkts aus der kanonischen Q^5 -Adresse und seine anschließende Rückführung in Euklids bekannte Parametrisierung.

11 · Was die Abbildung leistet, und was nicht

Die Präzisierung ist wesentlich: Innerhalb der Matrixklasse $\det(M) = -1$ hängt die quadratische Permanente nach der Gleichung $\text{per}(M) = 2d^2 - 1$ nur noch von der Nebendiagonale d ab. Die vollständige Matrix ist deshalb nicht der einzige denkbare Träger der Ausgabe. Ihre wissenschaftliche Rolle ist die kanonische Herkunft: Der Selektor liefert (8,5,5,3), und diese vier Zahlen bilden Q^5 .

Die Permanente ist zudem nicht unter beliebigen Basiswechseln invariant. Die Abbildung wird deshalb ausdrücklich auf die kanonische Fibonacci-Rekurrenzdarstellung angewandt.

„Die Matrix öffnet den König“ bleibt eine zulässige Kurzform der Erzählung; mathematisch lautet die Aussage: Aus der kanonischen Q^5 -Adresse wird eine Pell-Euklid-Abbildung definiert, die 12:35:37 liefert.



Wichtig: 49 allein selektiert keine Matrix; die Herkunft aus Q^5 liefert die kanonische Adresse.

Abbildung 4 · Minus, Plus und die formale Abbildung. 49 allein ist kein Matrixselektor; die Herkunft aus Q^5 fixiert die kanonische Adresse.

12 · Kontrollfamilie: Warum 49 allein nichts auswählt

Für $d=5$ und $\det(M)=-1$ gilt $ab=24$. Bis auf Vertauschung der Diagonale existieren vier positive Möglichkeiten. Alle besitzen $\text{per}(M)=24+25=49$. Damit ist 49 ein gemeinsames Konsequenzfeld, kein Selektor.

Matrixdiagonale (a,b)	det	per	Zusatzstruktur
(24,1)	-1	49	keine kanonische Gold-/Silber-Rekurrenz
(12,2)	-1	49	Silbermatrix $C_2^3=[[12,5],[5,2]]$
(8,3)	-1	49	Goldmatrix $Q^5=[[8,5],[5,3]]$
(6,4)	-1	49	keine kanonische Gold-/Silber-Rekurrenz

Gold und Silber werden innerhalb dieser Viererfamilie zusätzlich durch die metallische Rekurrenzbedingung $a-b=c \cdot d$ ausgezeichnet: $c=1$ für (8,3), $c=2$ für (12,2). Die Quadratwurzel 7 allein genügt nicht; die Rekurrenzprovenienz liefert die beiden Stimmen.

13 · Gold, Silber und die gemeinsame Fünf

Merkmal	Gold	Silber
Körper	$Q(\sqrt{5})$	$Q(\sqrt{2})$
Einheit	$\varphi^5 = (11+5\sqrt{5})/2$	$(1+\sqrt{2})^3 = 7+5\sqrt{2}$
Matrix	$[[8,5],[5,3]]$	$[[12,5],[5,2]]$
Nebendiagonale	5	5
Determinante	-1	-1
Permanente	49	49
Spur	11	14
Pell-Koordinate	(5,11) in $x^2-5y^2=-4$	(5,7) in $x^2-2y^2=-1$
Tripel	48:55:73	12:35:37
Projektrolle	Königin	König

Die Sieben ist auf der Silberseite nicht die algebraische Spur: Die Spur von $7+5\sqrt{2}$ ist 14. Sie ist die Pell-Koordinate beziehungsweise Halbspur. Diese Unterscheidung verhindert eine häufige begriffliche Verkürzung.

Für Q^n gilt aufgrund der Cassini-Identität allgemein $\text{per}(Q^n) = 2F_n^2 + (-1)^n$. Ist n ungerade und die Permanente ein Quadrat u^2 , so entsteht $u^2 - 2F_n^2 = -1$. Alekseyev bewies, dass 0,1,2 und 5 die einzigen gemeinsamen Fibonacci- und Pell-Zahlen sind [5]. Nach Berücksichtigung des Vorzeichens und des Index bleibt neben dem trivialen Fall $F_1=1$ der nichttriviale Fall $F_5=5$.

Die d=5-Cousinen als Kontrolle

Die gemeinsame Differenz $d = 5$ zeichnet König und Königin nicht allein aus. Für aufeinanderfolgende ungerade Summen t entstehen mehrere primitive Euklid-Tripel derselben kleinen Familie:

t	Euklid-Eltern (m, k)	Tripel	Rolle
7	(6, 1)	12:35:37	projektinterne Königsseite, Pell-Euklid-Ausgabe
9	(7, 2)	28:45:53	Kontrollknoten
11	(8, 3)	48:55:73	durch den Boxselektor ausgewählte Königinnenstruktur
13	(9, 4)	65:72:97	Kontrollknoten

Diese Kontrollen verhindern eine einfache numerologische Überdehnung: Die Fünf ist ein Familienmerkmal, kein Wunder. Erst die beiden geometrischen Tore heben $t = 11$ aus der $d=5$ -Linie heraus; $t = 7$ entsteht später auf einem anderen, ausdrücklich definierten Weg.

14 · Warum gerade die Fünf?

Die Fünf übernimmt mehrere Rollen, doch diese Rollen sind nicht unabhängig. Erstens ist $F_5=5$ der einzige nichttriviale Fixpunkt der Fibonacci-Folge: Ab $n=6$ gilt $F_n > n$. Zweitens ist $\varphi^5=5\varphi+3$; daher erzeugt φ^5 innerhalb des Ganzheitsrings $\mathbb{Z}[\varphi]$ eine Unterordnung mit Index 5. Drittens hat $\mathbb{Z}[\varphi]$ Diskriminante 5, sodass die Unterordnung $\mathbb{Z}[\varphi^5]$ die Diskriminante $5 \cdot 5^2 = 125 = 5^3$ besitzt.

Technischer Kern

$[\mathbb{Z}[\varphi] : \mathbb{Z}[\varphi^5]] = 5$, $\text{disc}(\mathbb{Z}[\varphi^5]) = 5^3 = 125$. Diese Aussagen erklären dieselbe algebraische Struktur in verschiedenen Sprachen. Sie werden nicht als mehrere unabhängige Beweise gezählt.

15 · Korollar und musikalische Lesart

Korollar: Hypotenusenrelation. Die beiden abgeleiteten Tripel erfüllen $73=2 \cdot 37-1$.

Die mathematische Aussage betrifft ganze Zahlen. Erst danach folgt die musikalische Interpretation: Das Verhältnis $73:37$ liegt ungefähr 23,5546 Cent unter einer Oktave. Im Klangpaket wird zunächst $148:296$ als exakte Oktave und anschließend $148:292=37:73$ gespielt. „Fast-Oktave“ ist die Hörlesart des Quotienten, nicht der Inhalt des Korollars.

Damit endet der skalenfreie mathematische Hauptkern. Alles Folgende fügt Maße, Raumbezeichnungen, Schallgeschwindigkeit oder Sonifikationsentscheidungen hinzu und besitzt deshalb einen anderen Evidenzstatus.

TEIL IV

Gizeh als getrennte Anwendungsschicht

Die Mathematik ist skalenfrei. Erst jetzt werden die projektinternen Bezeichnungen König und Königin, ein Referenzmaß und klassische Vermessungen eingeführt. Modellhülle, erhaltener Steinraum und historische Absicht bleiben getrennt.

16 · Zuordnungsprotokoll

Die Bezeichnungen Königskammer und Königinnenkammer sind traditionelle moderne Raumnamen; diese Arbeit übernimmt sie als Projektzuordnung und nicht als archäologische Funktionsbestimmung. Die mathematische Kette selbst verwendet nur Ganzzahlen, Dreiecke, Boxen und Matrizen.

Die Königinnenzuordnung ist geometrisch stärker: Der Selektor erzeugt die Box $10 \times 11 \times 12$ und das Tripel 48:55:73. Die Königszuordnung ist algebraisch abgeleitet: Aus Q^5 entsteht über die Pell-Euklid-Abbildung das Tripel 12:35:37. Der König wird nicht durch dieselben beiden geometrischen Tore als zweiter Sieger ausgewählt.

Richtungsregel

Selektor → Königinnenstruktur → Q^5 -Adresse → Pell-Euklid-Ausgabe → projektinterne Königszuordnung. Die Richtung darf im Evidenzledger nicht umgekehrt werden.

Praktisch heißt die Richtungsregel: **Die Königin ist der Fund, der König ist die Folgerung.**

17 · Referenzmaß und Petrie-Kontrolle

Für die Modellübersetzung wird $q = \pi/6 \text{ m} = 0,5235987756 \text{ m}$ verwendet. Dies ist eine projektinterne Referenzskala, keine Behauptung, Petrie oder die altägyptischen Baumeister hätten exakt $\pi/6 \text{ m}$ als historische Königselle (KE) definiert. Petries publizierte Zollmaße [2] werden in q umgerechnet und neben dem Idealraster gezeigt.

Anmerkung: $q = \text{KE}$ (nach Axel Klitzke).

Kammer	Maß	Petrie (in)	in q	Ideal q	Residuum
Königinnenkammer	Breite N-S	205.85	9.9859	10.0	-0.141 %
Königinnenkammer	Länge E-W	226.47	10.9862	11.0	-0.126 %
Königinnenkammer	Wandhöhe	184.47	8.9487	9.0	-0.570 %
Königinnenkammer	Firsthöhe	245.10	11.8899	12.0	-0.917 %
Königskammer	Länge	412.25	19.9984	20.0	-0.008 %
Königskammer	Breite	206.13	9.9995	10.0	-0.005 %
Königskammer	Höhe	230.05	11.1598	11.1	+0.539 %

Breite und Länge der Königinnenkammer liegen im q-Raster näher an 10 und 11 als Wand- und Firsthöhe an 9 und 12. Die vertikale Referenz ist daher metrologisch kritischer.

Bei der Königskammer stimmen Länge und Breite sehr eng mit 20 und 10 q überein; die Höhe ist für das hier betrachtete 73-Hz-Modenpaar nicht aktiv.

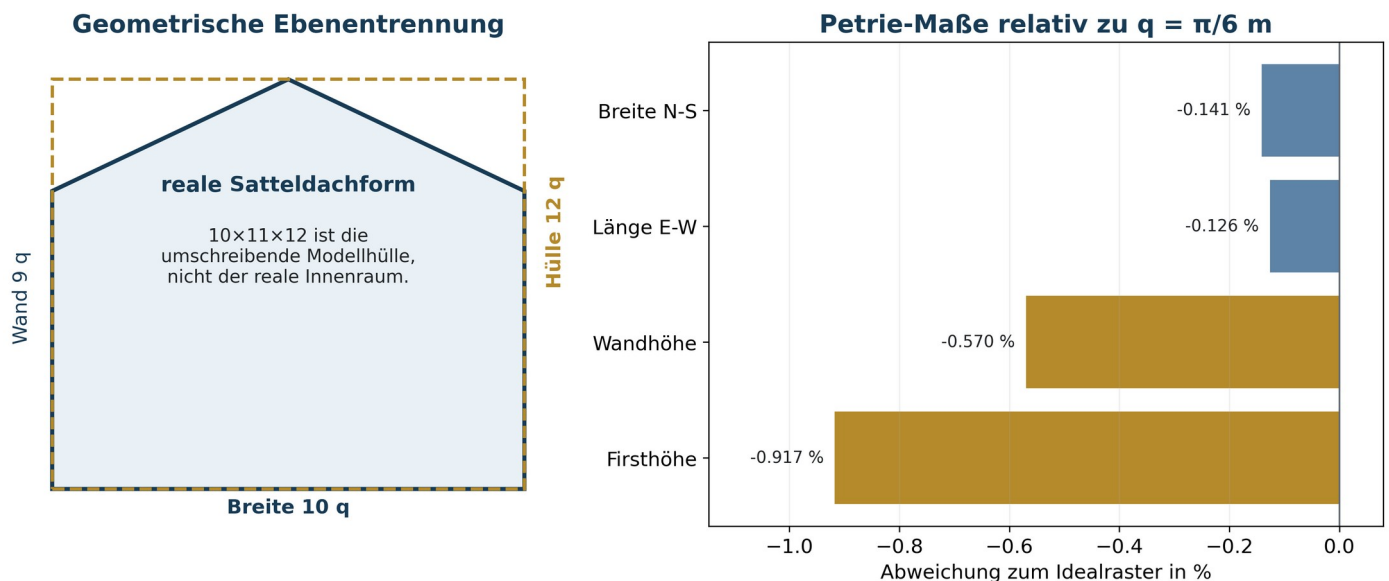


Abbildung 5 · Links: reale Satteldachform und umschreibende Modellhülle. Rechts: Petrie-Residuen der vier Königinnenmaße relativ zu $q = \pi/6$ m.

Im Petrie-Maß treffen Länge und Breite der Königskammer das 20er- und 10er-Raster auf weniger als einen Millimeter, Breite und Länge der Königinnenkammer liegen rund sieben Millimeter neben 10 und 11 Ellen, erst die vertikalen Maße weichen um etwa drei bis sechs Zentimeter ab.

Deutungsmutig gesagt: Wer diese Räume absteckte, arbeitete in einem Raster, das sich heute mit $\pi/6$ Metern verblüffend sauber nachzeichnen lässt.

18 · Was 10×11×12 bedeutet

Die Königinnenkammer ist kein Quader. Das Tripel 10×11×12 bezeichnet die kleinste idealisierte rechteckige Hülle des Satteldachmodells mit Breite 10 q, Länge 11 q und Firsthöhe 12 q. Der sichtbare Innenraum umfasst einen unteren Rechteckkörper und ein dreieckiges Dachprisma. Aussagen über das Volumen 1.320 betreffen daher den Hüllkörper, nicht den realen Hohlraum.

Diese Ebenentrennung ist methodisch zwingend: Hauptsatz A wählt eine abstrakte symmetrische Ganzzahlbox. Die Gizeh-Anwendung prüft anschließend, wie gut diese Box als Hülle eines bestimmten rekonstruierten Raummodells passt. Der Satz wird durch die architektonische Anwendung motiviert, aber nicht von ihr bewiesen.

Metrologische Grenze

Aus der Nähe klassischer Messwerte zu einem Idealraster folgt weder historische Kenntnis der Fibonacci-Q-Matrix noch Absicht des Zwei-Tor-Selektors. Die Werte liefern eine konditionale Anwendung und ein Messmodell.

Hülle, Satteldach und sichtbarer Raum

Im idealisierten Planraster besitzt der untere rechteckige Raumkörper Breite 10 q, Länge 11 q und Wandhöhe 9 q; das Satteldach steigt um weitere 3 q bis zur Firsthöhe 12 q.

Der sichtbare Idealraum hat daher nicht das Volumen 1.320, sondern

$V_{\text{sichtbar}} = 10 \cdot 11 \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 \cdot 11 = 990 + 165 = \mathbf{1.155 \, q^3}$. Die umschreibende Hülle besitzt $V_{\text{Hülle}} = 10 \cdot 11 \cdot 12 = \mathbf{1.320 \, q^3}$; der Unterschied von $\mathbf{165 \, q^3}$ ist genau das obere Komplement zwischen Satteldach und Quaderdecke. Damit gilt $V_{\text{sichtbar}}/V_{\text{Hülle}} = 1.155/1.320 = \mathbf{7/8}$.

Die Publikationsfassung verwendet deshalb konsequent das Wort Hülle, wenn 1.320 gemeint ist. Wo der reale oder idealisierte Innenraum gemeint ist, wird ausdrücklich Satteldachraum beziehungsweise Messkörper gesagt.

TEIL V

Die Partitur des Raumes

Bis hierher war die Fünf eine Zahl ohne Zeit. Eine Längenskala und eine Schallgeschwindigkeit geben ihr Sekunden. Modellfrequenz, skalenfreies Verhältnis und Sonifikation bleiben dabei drei verschiedene Aussagearten.

19 · Drei Wege von Zahl zu Klang

Ebene	Definition	Beispiel	Aussagestatus
A · Modellfrequenz	Raummode aus Geometrie, Randbedingungen und Schallgeschwindigkeit	52,005 Hz	physikalisch berechenbar, noch nicht gemessen
B · Verhältnis	einheitenunabhängiger Quotient	55:60:66; 73:37	exakt und skalenfrei
C · Sonifikation	bewusst gewählte Hörübersetzung	120/125 Hz; Oktavierung	künstlerisch-didaktisch, keine Raumfrequenz

Die Standardnäherung für einen rechteckigen Hohlraum lautet:

$$f_n = (c/2) \sqrt{(n_x/L_x)^2 + (n_y/L_y)^2 + (n_z/L_z)^2}.$$

Die Referenzrechnung verwendet $q=\pi/6$ m und $c=343$ m/s. Die Werte werden im Haupttext auf drei Dezimalstellen gerundet. Weitere Stellen im CSV-Register dokumentieren nur den Rechenstand des Idealmodells, nicht die physikalische Kenntnis des realen Raums.

20 · Vom tiefen Grund zur geteilten Achsenstimme

Im idealisierten Königskammermodell $20 \times 10 \times 11,1$ q liegt die axiale Grundmode der 20-q-Achse bei **16,377 Hz**. Sie befindet sich am unteren Rand des Hörbereichs und wird auf üblichen Lautsprechern eher schwach oder vibrotaktilel wahrgenommen. Die zweite Stufe derselben Achse liegt bei **32,754 Hz**.

Genau dieser Wert ist zugleich die axiale Grundmode der 10-q-Achse der Königinnenhülle. Die Gleichheit ist keine nachträgliche Frequenznähe, sondern folgt exakt aus $20:10=2:1$:

$$f_{\text{König}}(2,0,0) = f_{\text{Königin}}(1,0,0) = 32,754 \text{ Hz.}$$

Hörbild

Der König legt den tiefen Grund. Die Königin setzt in seiner Oktave ein. Diese Gleichheit ist keine nachträgliche Frequenznähe, sondern folgt direkt aus dem Längenverhältnis $20:10 = 2:1$.

Die drei axialen Grundwerte der Königinnenhülle liegen bei **27,295**, **29,776** und **32,754 Hz**.

Ihr Verhältnis ist exakt:

$$27,295 : 29,776 : 32,754 = 55 : 60 : 66.$$

Die Außenstimmen bilden $66:55 = 6:5$, eine reine kleine Terz, und die mittlere Stimme ist exakt das harmonische Mittel der beiden äußeren. Der vom Selektor gewählte Einheitsabstand hinterlässt zudem einen skalenfreien Spalt: $(f_{10} - f_{12})/(f_{10} + f_{12}) = 1/11$, unabhängig von q und von c .

Drei Oktaven höher wird derselbe Akkord als 218,361 / 238,212 / 262,033 Hz deutlich hörbarer. Die Transposition verändert die Verhältnisse nicht.

Achse	Modellton	Drei Oktaven höher	Funktion
12 q	27,295073 Hz	218,360582 Hz	untere Akkordstimme
11 q	29,776443 Hz	238,211544 Hz	harmonisches Mittel
10 q	32,754087 Hz	262,032698 Hz	gemeinsame König/Königin-Stimme

21 · Hüllatem und 73-Hz-Korridor

Die dreidimensionale Mode (1,1,1) der 10×11×12-Hülle liegt bei 52,005 Hz. Die Moden (3,3,3) und (5,5,5) liegen bei 156,014 und 260,023 Hz. Diese drei Werte sind eine einzige Diagonalfamilie im Verhältnis 1:3:5; sie sind keine drei unabhängigen Treffer.

Zwischen Achsenakkord und Hüllatem liegen die ersten tangentialen Moden. Gemeinsam mit den zweiten Achsenstufen bilden sie eine aufsteigende Kammerleiter:

Modenfamilie	Modellfrequenz
tangential (0,1,1)	40,393781 Hz
tangential (1,0,1)	42,636267 Hz
tangential (1,1,0)	44,265865 Hz
Hülle (1,1,1)	52,004690 Hz
zweite Achse 12 q	54,590145 Hz
zweite Achse 11 q	59,552886 Hz
zweite Achse 10 q	65,508175 Hz
Königin (1,2,1)	73,242047 Hz

Praktisch ist diese Leiter zugleich die Setlist der späteren Messung: Jede Zeile ist ein konkreter, vorab benannter Prüfpunkt mit eigener räumlicher Modenform, und die Register des Begleitpakets nennen zu jeder Zeile den exakten Modellwert.

Für den Kammervergleich wurde retrospektiv eine eindeutige Auswahlregel dokumentiert: sämtliche Moden zwischen 10 und 100 Hz, Gesamtordnung $n_x+n_y+n_z=4$ und mindestens zwei aktive Achsen werden paarweise verglichen. Unter dieser Regel ist das engste Modellpaar König (2,2,0) und Königin (1,2,1):

$$73,240 \text{ Hz} \leftrightarrow 73,242 \text{ Hz}, \quad \Delta f = 0,001681 \text{ Hz.}$$

Die natürliche Schwebungsperiode des Idealmodells beträgt ungefähr 595 Sekunden. Der Befund ist explorativ und retrospektiv. Eine künftige Studie muss die Auswahlregel vor Sichtung neuer FEM- oder Messdaten einfrieren.

Zur Einordnung der Enge: Das nächstengste Paar unter derselben Auswahlregel, (0,2,2) gegen (1,0,3), liegt bei 88,172 gegen 88,193 Hz und damit bei rund 0,42 Cent Abstand, gut eine Größenordnung weiter auseinander als das 73-Hz-Paar mit 0,0397 Cent.

Und hier sei die Deutung mit offenem Visier gewagt: Wenn zwei Räume, deren Maße Jahrtausende alt sind, im selben Idealmodell bis auf vier Nachkommastellen dieselbe Stimme treffen, dann ist das entweder die schönste Koinzidenz dieser Reihe, oder die beiden Kammern wurden als Paar gedacht. Dieses Papier behauptet nicht das Zweite. Es hat dafür gesorgt, dass man es zum ersten Mal prüfen kann.

Die Partitur des Raumes: Modell, Hörfassung und Sonifikation getrennt

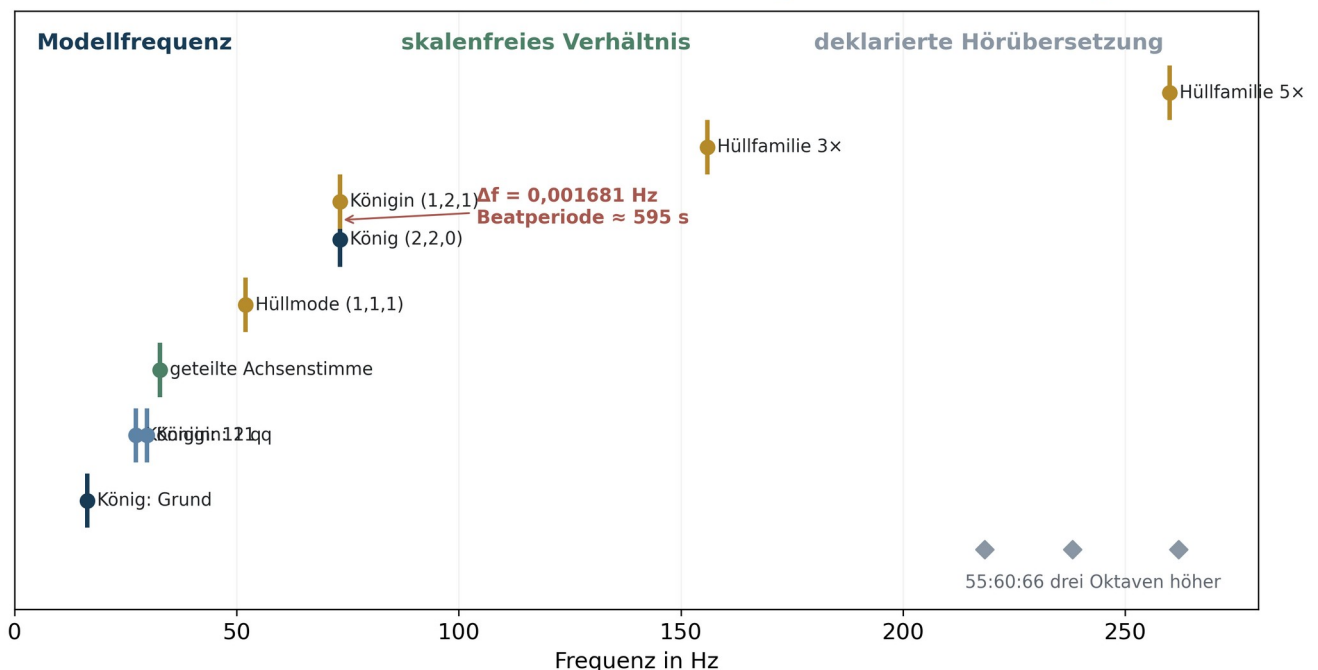


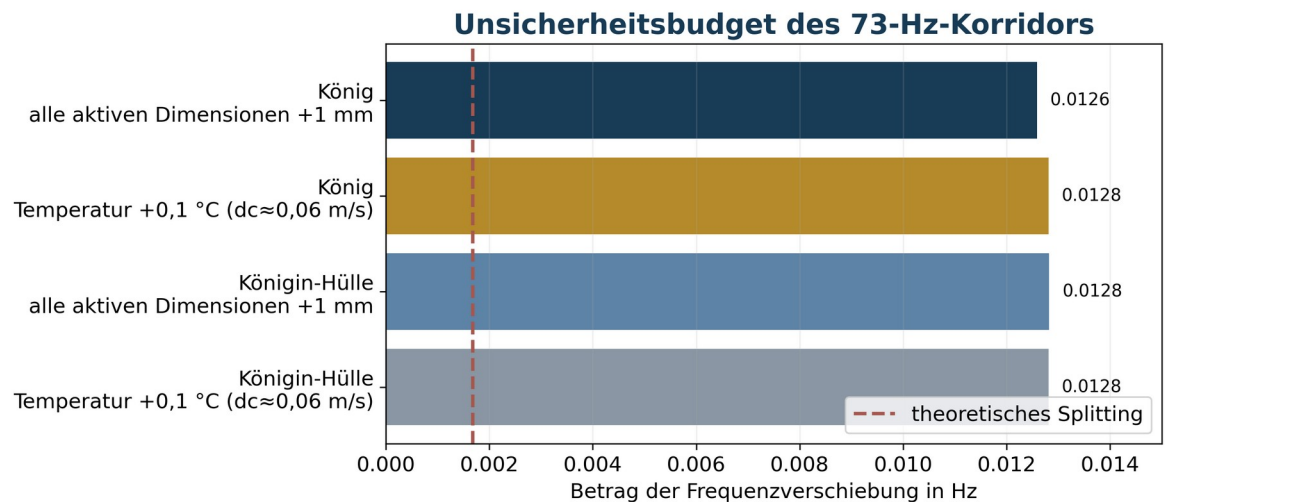
Abbildung 6 · Die Klangpartitur. Modellwerte, skalenfreie Verhältnisse und Hörübersetzungen werden im selben Register sichtbar, aber evidenziiell getrennt.

22 · Unsicherheit: Warum das Splitting kein Primärziel ist

Für eine Mode f gilt lokal:

$$\sqrt{L_i} = -(c/2) \cdot (n_i^2/L_i^3) / \pi \cdot [(n_j/L_j)^2]$$

Eine Verlängerung aller aktiven Dimensionen um nur 1 mm verschiebt die beiden 73-Hz-Modellmoden um etwa 0,0126 beziehungsweise 0,0128 Hz. Auch eine Temperaturänderung von 0,1 °C entspricht bei der verwendeten Näherung ungefähr 0,0128 Hz. Beide Effekte sind etwa 7,5-mal größer als die ideale Differenz. Feuchte, CO₂, Druck, Fugen, Öffnungen, Absorption und die Abweichung vom Rechteckraum erhöhen die Unsicherheit weiter [12].



Schon 1 mm Geometrieänderung oder 0,1 °C Temperaturänderung übertrifft die ideale Differenz um etwa den Faktor 7,5. Primäres Messziel sind deshalb räumliche Modenformen und Transferfunktionen, nicht zwei isolierte Peaks.

Abbildung 7 · Unsicherheitsbudget. Millimeter- und Zehntelgrad-Effekte übertreffen das ideale 73-Hz-Splitting deutlich.

23 · Drei veröffentlichte Klangdateien

Die frühere Sammeldatei wurde für die Publikationsfassung in drei methodisch eindeutige Dateien geteilt. Alle Dateien sind stereo, 48 kHz, 24 Bit und im anzufordernden Begleitpaket durch Cue-Sheets sowie Prüfsummen dokumentiert.

Datei	Inhalt	Zweck
K-01A_Physikalische_Referenz.flac	nur tatsächliche Idealmodellfrequenzen; keine Transposition	wissenschaftliche Referenz
K-01B_Hoerfassung_transponiert.flac	Oktavierung tiefer Strukturen; 55:60:66 im hörbaren Register	didaktische Hörbarkeit
K-01C_Kuenstlerische_Sonifikation.flac	120/125-Hz-Vorzeichen-Schalter, 5-Hz-Schwebung, Zeitmikroskop und Finale	erklärte Klangkomposition

Die 100-fache zeitliche Vergrößerung der 73-Hz-Schwebung erscheint nur in K-01C und ist im Cue-Sheet ausdrücklich gekennzeichnet. Sie ist kein physikalischer Modenclaim. Sehr tiefe Sinustöne sollen zunächst leise wiedergegeben werden; eine therapeutische oder medizinische Wirkung wird nicht behauptet.

Wie die Stimmen in der Hörfassung zusammenfinden

Die Hörgeschichte in einem Satz

Der König trägt den tiefen Grund, die Königin antwortet in seiner Oktave, die Hülle beginnt zu atmen, und beide Modellstimmen nähern sich im 73-Hz-Korridor, als berechnete Partitur, nicht als bereits gemessene Kopplung.

Die Hördramaturgie folgt derselben Richtung wie der Beweis. Zuerst erklingt der tiefe Königston bei 16,377 Hz. Danach tritt bei 32,754 Hz die exakte gemeinsame Achsenstimme hinzu, zweite Stufe des Königs, erste Stufe der 10-q-Achse der Königin. Erst dann öffnet sich der vollständige 55:60:66-Akkord. Im zweiten Abschnitt erhält die Hülle mit 52,005 Hz eine eigene Klangfarbe; ihre 3- und 5-fachen Moden werden nicht als zusätzliche Resultate präsentiert, sondern als Timbre derselben räumlichen Familie.

Die Fast-Oktave 37:73 wird anschließend durch den Vergleich 148:296 und 148:292 hörbar gemacht.

Die Hörscenes im Einzelnen

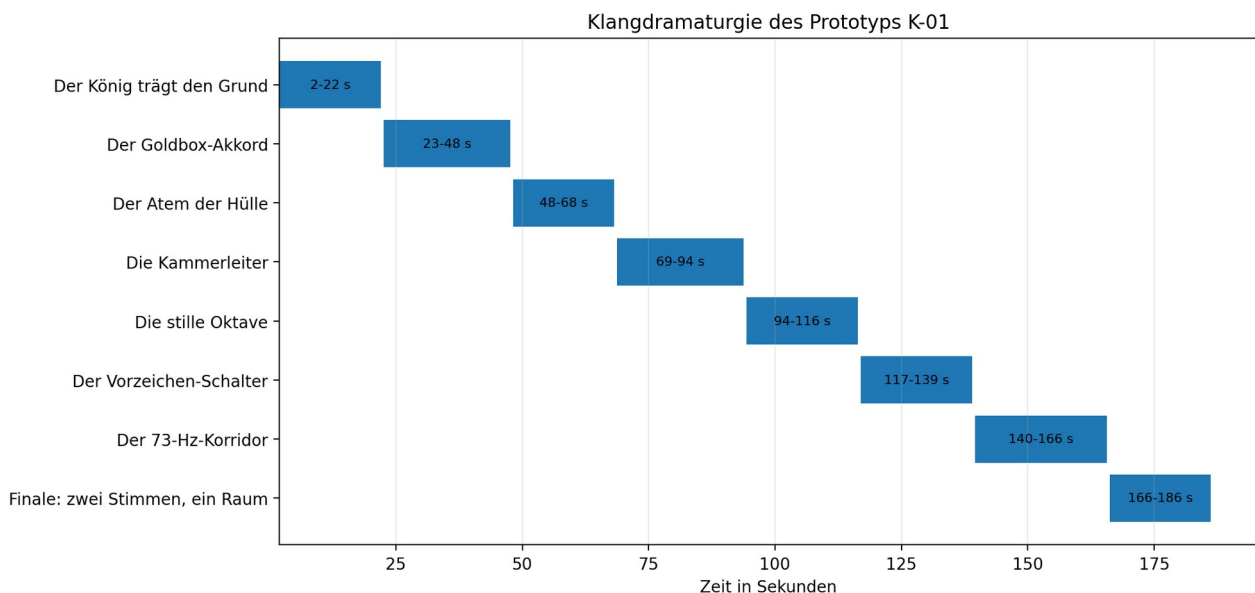


Abbildung 8 · Klangdramaturgie des Supplements K-01. Drei Dateien, drei Aussagearten, eine gemeinsame Struktur.

K-01A · Physikalische Referenz (72,5 s). Nur berechnete Idealmodellfrequenzen, keine Transposition:

Zeit	Szene	Material
0:01 bis 0:13	König: tiefer Grund	16,377044 Hz, Modellfrequenz
0:14 bis 0:24	Gemeinsame Achsenstimme	32,754087 Hz, König (2,0,0) = Königin (1,0,0)
0:24 bis 0:39	Königin: axialer Akkord	27,295073 / 29,776443 / 32,754087 Hz
0:40 bis 0:52	Hüllmode	52,004690 Hz, Mode (1,1,1)
0:52 bis 1:12	73-Hz-Modellpaar	73,240366 / 73,242047 Hz, keine zeitliche Vergrößerung

K-01B · Hörfassung, transponiert (63,4 s). Oktavierte Strukturen, alle Verhältnisse bleiben erhalten:

Zeit	Szene	Material
0:01 bis 0:13	König und geteilte Oktave	131,016 / 262,033 Hz, drei Oktaven höher
0:14 bis 0:30	Goldbox-Akkord hörbar	218,361 / 238,212 / 262,033 Hz
0:30 bis 0:44	Hüllklang 1:3:5	52,005 / 156,014 / 260,023 Hz
0:45 bis 1:03	Oktavvergleich	148:296, danach 148:292 = 37:73

K-01C · Künstlerische Sonifikation (65,0 s). Erklärte Komposition, keine Raumbehauptung:

Zeit	Szene	Material
0:01 bis 0:17	Vorzeichen-Schalter	120 / 125 Hz = 24·5 / 25·5, hörbare 5-Hz-Schwebung
0:18 bis 0:30	Silberadresse	35 Hz = 7·5 und 245 Hz = 49·5
0:30 bis 0:46	Zeitmikroskop des 73-Hz-Splittings	Träger 73,241206 Hz, Schwebung 100-fach beschleunigt
0:47 bis 1:05	Finale	Hüllmode, 73-Hz-Träger und transponierter 55:60:66-Akkord

Der Vorzeichen-Schalter als erklärte Sonifikation

Die beiden Diagonalprodukte der Matrix sind 24 und 25. Für die Hörfassung werden sie mit dem gemeinsamen Faktor 5 auf 120 und 125 Hz skaliert; gleichzeitig gespielt erzeugen sie eine klar hörbare Schwebung von exakt 5 Hz. Danach erscheinen $35 \text{ Hz} = 7 \cdot 5$ und $245 \text{ Hz} = 49 \cdot 5$. Das ist keine Raumakustik, sondern eine transparente Komposition des Übergangs $24 - 25 = -1$ und $24 + 25 = 49$: Das Minus der Determinante und das Plus der Permanente werden als Klanggeste unterscheidbar.

Für das erste Hören eine praktische Empfehlung: K-01A verlangt einen Subwoofer und Geduld, K-01B funktioniert auf jedem Kopfhörer, und K-01C ist die Datei, die man Freunden vorspielt. Wer nur eine halbe Minute hat, höre den Vorzeichen-Schalter: Er ist die ganze Arbeit in achtzehn Sekunden, Minus und Plus als zwei unterscheidbare Klanggesten.

24 · Vorregistrierbares Mess- und FEM-Protokoll

ISO 3382-2:2008 liefert einen aktuellen Standardrahmen für Nachhallzeitmessungen in gewöhnlichen Räumen; ISO 3382-1:2009 beschreibt Impulsantwort-basierte Parameter für Aufführungsräume [10-11]. Beide Standards ersetzen keine räumliche experimentelle Modalanalyse. Für die Eigenform- und Kopplungsfrage ist ein zusätzliches Protokoll erforderlich.

1. Geometrie vorab festlegen: Idealhülle, Petrie-basierte Rekonstruktion und mindestens zwei konkurrierende Boden-/Öffnungsmodelle.
2. Luftzustand protokollieren: Temperatur, relative Feuchte, Druck und CO_2 ; Schallgeschwindigkeit mit einem aktuellen feuchtlufttauglichen Modell berechnen [12].
3. Anregung und Messraster vorab definieren: logarithmische Sweeps, mehrere Quellenpositionen und ein räumliches Mikrofonraster; Farinas Swept-Sine-Verfahren ist ein geeigneter Ausgangspunkt [8].
4. Primäre Endpunkte festlegen: Modenfrequenzfenster, Dämpfungsmaß, Güte, Transferfunktion, Kohärenz und räumliche Formähnlichkeit, etwa über den Modal Assurance Criterion [9].
5. Kontrollräume und Kontrollgeometrien mit derselben Pipeline auswerten.
6. Entscheidungsschwellen und Ausschlussregeln vor Datensichtung veröffentlichen.
7. Rohdaten, Impulsantworten, Geometrien, FEM-Netze und Analysecode unabhängig vom Ergebnis archivieren.

Was eine positive Antwort tatsächlich wäre

Ein positiver Befund wäre nicht: Irgendwo erscheint ein Peak nahe 73 Hz. Er wäre ein reproduzierbares Bündel von Eigenschaften: eine Eigenfrequenz im vorab festgelegten Fenster, die vorhergesagte räumliche Druckverteilung, eine zur Modellklasse passende Dämpfung und ein stabiler Kreuztransfer zwischen definierten Quellen- und Messpositionen.

Beobachtung	Allein nicht ausreichend	Im Verbund aussagekräftig
Frequenzpeak	kann durch Modendichte oder Randbedingungen entstehen	wenn Lage, Form und Dämpfung gemeinsam vorhergesagt wurden
ähnliche Frequenzen in zwei Räumen	belegen noch keine Kopplung	wenn zusätzlich gerichteter Kreuztransfer und wiederholbare Kohärenz auftreten
hörbarer Eindruck	ist positions- und erwartungsabhängig	wenn er durch Rohdaten, räumliches Raster und Kontrollen gestützt wird

Damit wird aus dem Satz eine echte Messfrage. Die Messung soll nicht bestätigen, was die Partitur schön erzählt, sondern zwischen Modell, Koinzidenz und physischer Kopplung unterscheiden.

TEIL VI

Neuheit, Evidenz und Reproduzierbarkeit

Die Einzelbausteine sind überwiegend klassisch. Der mögliche Beitrag liegt in einer engen gerichteten Komposition. Prior Art, Modellwahl und Abhängigkeiten werden deshalb als Teil des Resultats behandelt, nicht als Fußnote.

25 · Was klassisch ist

Euklids Parametrisierung pythagoreischer Tripel ist antik [1]. Die Fibonacci-Q-Matrix und ihre Geschichte sind klassische Literatur [3]. Fibonacci-Matrizen und Permanenten wurden bereits früh untersucht [4]. Pell-basierte Erzeuger pythagoreischer Tripel sind publiziert [6]. Verbindungen zwischen metallischen Mitteln und pythagoreischen Tripeln sind ebenfalls Gegenstand aktueller Literatur [7]. Die Gleichheit $\text{Fibonacci} \cap \text{Pell} = \{0,1,2,5\}$ ist durch Alekseyev bewiesen [5].

Daher beansprucht diese Arbeit weder die Entdeckung der Q-Matrix noch die Verbindung von Pell-Gleichungen, metallischen Mitteln und pythagoreischen Tripeln im Allgemeinen.

26 · Engster haltbarer Neuheitsclaim

Nach der datierten öffentlichen Formel- und Struktursuche vom 11. Juli 2026 ist uns keine frühere Publikation bekannt, die genau (i) den symmetrischen Zwei-Tor-Boxselektor, (ii) seine eindeutige Lösung (5,11,1) und (iii) die anschließende kanonische Komposition $Q^5 \rightarrow \text{Pell-Euklid-Abbildung} \rightarrow 12:35:37$ gemeinsam formuliert. Eine negative Suche ist kein Neuheitsbeweis; vor einer Fachzeitschrifteneinreichung ist eine unabhängige bibliografische Prüfung angezeigt.

Baustein	Stand	Konsequenz für den Claim
Fibonacci-Q-Matrix	klassisch	keine Neuheit
Fibonacci-Matrizen / Permanente	klassische Vorliteratur, andere Familien	49 allein nicht neu
$\text{Fibonacci} \cap \text{Pell}$	Alekseyev 2011	Eindeutigkeit des gemeinsamen Koeffizienten ist Vorliteratur
$\text{Pell} \rightarrow$ pythagoreische Tripel	Horadam & Shannon 1993	allgemeine Brücke nicht neu
metallische Mittel ↔ Tripel	Rajput & Manjunath 2024	Gold-/Silber-Rahmen nicht neu
symmetrischer Zwei-Tor-Selektor	kein direkter Treffer in öffentlicher Suche	möglicher enger Neuheitskern
$\text{Selektor} \rightarrow Q^5 \rightarrow \text{PE}$	kein direkter Treffer in öffentlicher Suche	mögliche neue gerichtete Komposition

Die vollständige Suchmatrix mit Fundstellen, Suchstand und Claim-Folge liegt als M-01_Prior_Art_Matrix_2026-07-11.csv im anzufordernden Begleitpaket.

27 · Abhängigkeits- und Evidenzledger

Die Arbeit zählt eine Ableitungskette nicht mehrfach. 49, 7 und 12:35:37 sind keine drei unabhängigen Zeugen; sie sind aufeinanderfolgende Schritte. Ebenso sind $F_5=5$, der Ordnungsindex 5 und die Diskriminante 5^3 mehrere Beschreibungen derselben goldenen Struktur. Der Klangteil fügt keine mathematische Evidenz hinzu.

Claim	Status	Abhängigkeit / Grenze
Selektor (5,11,1)	bewiesener Satz	gilt nach Modell-Freeze in $B_5(t)$
48:55:73 und $10 \times 11 \times 12$	Korollare des Selektors	keine unabhängigen Bestätigungen
$Q^5 = [[8,5],[5,3]]$	kanonische Rekurrenzadresse	folgt aus der Selektorausgabe
$\text{per}(Q^5) = 49 = 7^2$	Korollar	49 allein selektiert keine Matrix
$\text{PE}(Q^5) = 12:35:37$	definierte Abbildung + Korollar	basis- und provenienzgebunden
Gold-/Silber-Zuordnung	mathematische Lesart / Projektdeutung	keine historische Funktionsbestimmung
Petrie-Nähe zum q-Raster	metrologischer Modellvergleich	q ist projektintern
73-Hz-Korridor	retrospektiver Modellbefund	keine gemessene Kopplung
Sounddateien	Referenz / Hörfassung / Sonifikation	keine medizinische Wirkung

28 · Reproduzierbarkeit und Dateien

Das Begleitpaket kann angefordert werden und bildet den reproduzierbaren Ausgabestand dieser Publikationsfassung. Es enthält keine Behauptung, dass alle offenen Forschungsfragen bereits gelöst sind. Es ermöglicht jedoch, die angegebenen lokalen Audits, Frequenzen, Unsicherheiten und Audiodateien unabhängig nachzurechnen beziehungsweise zu prüfen.

Für die vorliegende Fassung wurden der Grammatikwettbewerb und die Euklid-Lift-Kontrolle zusätzlich mit unabhängig geschriebenem Code reproduziert; die Ergebnisse sind identisch. Ebenso wurden die SHA-256-Prüfsummen der drei Klangdateien sowie die Register A-01 und K-01 gegen den Haupttext geprüft.

Register	Inhalt
M-01	datierte Prior-Art-Matrix
M-02	lokaler Grammatikwettbewerb, Euklid-Lift-Kontrolle und Python-Code
A-01	Petrie-Metrologie, Modenrangliste und 73-Hz-Unsicherheitsbudget
K-01A	physikalische Referenzfassung
K-01B	transponierte Hörfassung
K-01C	künstlerische Sonifikation
SHA256SUMS	Dateigrößen und Prüfsummen des Pakets

29 · Woran die Arbeit scheitern darf

Prüfebene	Scheiternskriterium
Mathematik	ein Fehler in den Torgleichungen, der Eindeutigkeitsanalyse oder der Pell-Euklid-Proposition
Modellwahl	eine gleich oder kürzer beschreibbare Konkurrenzgrammatik mit vergleichbarer oder besserer Leistung
Neuheit	eine frühere Publikation mit derselben spezifischen Selektor-Komposition
Metrologie	die Anwendung hängt von unhaltbaren Maßrekonstruktionen oder stiller Einheitenwahl ab
Akustik	der vorab definierte Modalfingerprint ist instabil oder nicht besser als Kontrollen
Reproduzierbarkeit	Code, Tabellen oder Audiodateien erzeugen die angegebenen Resultate nicht

Eine negative empirische Antwort würde Hauptsatz A nicht widerlegen. Sie würde die Gizeh- beziehungsweise Klangsicht begrenzen. Umgekehrt kann eine schöne akustische Aufnahme keine mathematische Modellwahl nachträglich rechtfertigen.

Schlussfolgerung

Wir haben ein Sieb gebaut, kein Sammelalbum. Zwei Fragen, gestellt an unendlich viele Dreiecke und unendlich viele Kisten, lassen **genau einen Kandidaten** durch, und er trägt die Maße der Königinnenkammer. Hinter ihm steht der Vier-Zahlen-Code **8, 5, 5, 3**, und in diesem Code genügt ein umgelegtes Vorzeichen, um aus der goldenen Königin die silberne Antwort des Königs zu gewinnen, samt der stillen Oktave $73 = 2 \cdot 37 - 1$ als bewiesenem Familienband. Präzise formuliert:

Die belastbare Kernaussage dieser Arbeit ist klein genug, um vollständig nachgerechnet zu werden. Innerhalb der ausdrücklich definierten Familie symmetrischer Ganzzahlboxen und Euklid-Parameter besitzen die beiden normierten Gitterzahlbindungen genau die nichtdegenerierte Lösung $(d,t,s)=(5,11,1)$. Daraus entstehen die Box $10 \times 11 \times 12$, das Tripel $48:55:73$ und die kanonische Fibonacci-Matrix Q^5 .

Die Bausteine sind bewusst alt: Euklids Rezept, die Fibonacci-Q-Matrix, Pell-Gleichungen, Alekseyevs Schnittsatz. Neu ist nach derzeitiger, datierter Literaturprüfung die gerichtete Komposition, also das Sieb selbst, seine eindeutige Lösung und die anschließende Pell-Euklid-Abbildung als ein System. Neu ist auch die Beweisform des Umfelds: Statt die eigene Modellwahl nur zu behaupten, wurde sie in einem Wettbewerb von 40 gleich einfachen Nachbarmodellen getestet, und nur eine einzige Zelle besitzt überhaupt eine Lösung. Aus einer Sammlung schöner Zahlen ist ein Generator mit zwei deklarierten Stellschrauben geworden.

Für diese Matrix wird eine Pell-Euklid-Abbildung definiert. Sie führt über $\text{per}(Q^5)=49=7^2$ und den negativen Pell-Punkt $(5,7)$ zum Tripel $12:35:37$. Die Präzisierung macht den Beitrag stärker:

Nicht die volle Matrix „enthält“ basisunabhängig einen König. Die selektierte Q^5 -Adresse liefert die Fünf; eine erklärte Abbildung erzeugt daraus die silberne Ausgabe.

Mathematik verhält sich hier wie eine Landschaft, nicht wie eine Erfindung. Niemand hat den Punkt gemacht, an dem sich die goldene und die silberne Welt denselben Koeffizienten Fünf teilen; **er war immer da**, und die Fünf ist seine Wurzel im Wortsinn:

Sie wohnt unter der Wurzel des Goldenen Schnitts, sie ist der einzige nichttriviale Fixpunkt der Fibonacci-Folge, und an ihr wird die Kennzahl der Königin zum Kubus 125. Das Ergebnis ist ein kleines, in sich geschlossenes Stück Zahlentheorie, das auch dann Bestand hat, wenn man Gizeh nie erwähnt.

Drei Dinge kann man ab heute tun, die gestern nicht möglich waren.

Erstens messen: Die Arbeit liefert einen vorregistrierbaren Fingerabdruck aus Modenformen, Dämpfung und Transferfunktionen statt einzelner Wunsch-Peaks, samt Protokoll und Kontrollen. Zweitens vermessen: Die Petrie-Residuen definieren eine klare metrologische Testfrage an das $\pi/6$ -Raster, mit eingefrorenen Regeln statt nachträglicher Anpassung. Drittens nachrechnen und hören: Das Begleitpaket enthält Code, Register, Prüfsummen und drei Klangdateien, jede mit erklärtem Aussagestatus.

Und als Methode bleibt die Numerologie-Firewall dieser Reihe erhalten: Jede Zahl braucht eine Herkunftsadresse, und abgeleitete Formen zählen nur einmal.

Die architektonische und akustische Anwendung ist konditional. Petries Maße zeigen eine interessante Nähe zum idealisierten Raster, aber keine historische Kenntnis der verwendeten Mathematik. Das Klangmodell erzeugt eine klare Partitur: 16,377 Hz als tiefer Grund, 32,754 Hz als geteilte Achsenstimme, 55:60:66 als Königinnenakkord, 52,005 Hz als Hüllmode und einen explorativen 73-Hz-Korridor. Die Unsicherheit zeigt zugleich, warum nicht ein einzelner Peak, sondern ein räumlicher Modalfingerprint geprüft werden muss.

Zwei Lesarten bleiben offen, und beide sind jetzt falsifizierbar. Sagt der Stein Nein, dann war die Nähe der Kammern zu diesem Gipfel der Zahlenlandschaft eine großartige Koinzidenz; die Mathematik bliebe unberührt, und diese Reihe hätte ihre ehrlichste Studie geschrieben. Sagt der Stein Ja, dann trüge ein Bauwerk der (mindestens bzw. spätestens!) Bronzezeit die messbare Signatur einer Struktur, die die Mathematik erst Jahrtausende später vollständig ausbuchstabieren konnte, und die Frage, was seine Erbauer wussten, würde von der Legende zur Forschungsaufgabe.

Endformel

Zwei Tore wählen die Königinnenstruktur. Die kanonische Q^5 -Adresse führt über eine definierte Pell-Euklid-Abbildung zur silbernen Antwort. Die Partitur macht die Struktur hörbar; erst die vorregistrierte Messung darf entscheiden, ob der Stein entsprechend antwortet. Rechnen streng, deuten mutig, und jede Ebene an ihrer eigenen Evidenz messen. Das letzte Wort hat der Stein.

Literatur und Quellen

- [1] Euclid. The Thirteen Books of Euclid's Elements. Übers. T. L. Heath. Cambridge University Press, 1908 (klassische Referenz für die Parametrisierung pythagoreischer Tripel).

-
- [2] W. M. F. Petrie. The Pyramids and Temples of Gizeh. Field & Tuer, London, 1883; insbesondere Kap. 7, §§41, 52 und 55.
- [3] H. W. Gould. A History of the Fibonacci Q-Matrix and a Higher-Dimensional Problem. The Fibonacci Quarterly 19(3), 250 bis 257, 1981.
- [4] B. W. King and F. D. Parker. A Fibonacci Matrix and the Permanent Function. The Fibonacci Quarterly 7(5), 539 bis 544, 1969.
- [5] M. A. Alekseyev. On the intersections of Fibonacci, Pell, and Lucas numbers. INTEGERS 11(3), 239 bis 259, 2011. arXiv:1002.1679.
- [6] A. F. Horadam and A. G. Shannon. Pell-Type Number Generators of Pythagorean Triples. In: Applications of Fibonacci Numbers, Vol. 5, 1993. DOI 10.1007/978-94-011-2058-6_31.
- [7] C. Rajput and H. Manjunath. Metallic means and Pythagorean triples. Notes on Number Theory and Discrete Mathematics 30(1), 184 bis 194, 2024. DOI 10.7546/nntdm.2024.30.1.184-194.
- [8] A. Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. 108th AES Convention, Paper 5093, Paris, 2000.
- [9] R. J. Allemang. The Modal Assurance Criterion: Twenty Years of Use and Abuse. Sound and Vibration 37(8), 14 bis 23, 2003.
- [10] ISO 3382-1:2009. Acoustics, Measurement of room acoustic parameters, Part 1: Performance spaces.
- [11] ISO 3382-2:2008. Acoustics, Measurement of room acoustic parameters, Part 2: Reverberation time in ordinary rooms; bestätigt 2022, mit Technical Corrigendum 1:2009.
- [12] G. Gavioso et al. Thermodynamic and transport properties of humid air for metrology and acoustics. Journal of Physical and Chemical Reference Data 54, 043101, 2025. DOI 10.1063/5.0294663.
- [13] C. Bohn. Die Göttliche Universalfrequenz, Teil III: Spricht der Raum, oder hören wir unsere Suchstrategie? BOHN AI Inc., Juni 2026.
- [14] C. Bohn. Die Göttliche Universalfrequenz, Teil IV: Die Königinnenkammer als Transformationskammer. BOHN AI Inc., Juni 2026.
- [15] C. Bohn. Die Göttliche Universalfrequenz, Teil V: Der Fibonacci-Überlebende. BOHN AI Inc., Juli 2026.
- [16] C. Bohn. Der Klang des Stammbaums. Unveröffentlichtes Projektmanuskript; Dateifassung mit Datumsangabe August 2026.
- [17] C. Bohn. Der Klang des ersten Schrittes. BOHN AI Inc., Juli 2026, Traktat.